CALENDRIER MATHÉMATIQUE 2025

Quand les maths se mettent en musique

DEUX PARCOURS COLLÈGE ET LE DÉFI DU MOIS POUR LES INSATIABLES !

06 JUIN

LA MUSIQUE ALGORITHMIQUE

Savez-vous qu'il est possible de créer une pièce musicale à partir d'un dé à six faces ? Il suffit d'attribuer une note à chaque face du dé et de laisser le hasard décider de la mélodie en lançant plusieurs fois le dé. Cette technique de composition, aussi appelée *Musikalisches Würfelspiel* (« jeu de dés musical » en allemand), est un exemple de musique algorithmique, car un ensemble de règles est utilisé de façon systématique pour générer de la musique.

Si le *Musikalisches Würfelspiel* fut utilisé en Europe au XVIIIe siècle, la musique algorithmique a été popularisée avec l'arrivée des ordinateurs. Dans les années 1960, les compositeurs ont commencé à utiliser l'informatique pour générer des séquences musicales, explorer des structures harmoniques complexes et transcender les limites de la notation traditionnelle. Certains artistes ont adopté d'autres approches algorithmiques, comme le déphasage. Cette technique de composition musicale consiste à décaler temporellement deux motifs musicaux identiques pour voir émerger des structures complexes. Steve Reich a employé ce procédé dans de nombreuses œuvres de musique répétitive comme *Clapping Music* ou *Music for 18 Musicians*.

L'essor des logiciels de composition assistée par ordinateur a permis aux artistes de manipuler des paramètres musicaux avec une précision inégalée. Des compositeurs de musique électronique comme Aphex Twin ont intégré des algorithmes dans leur processus créatif, en particulier les algorithmes génétiques. Ces artistes explorent alors la frontière entre la machine et la créativité humaine, en remettant en question les notions traditionnelles de composition musicale.

La musique algorithmique a été employée dans de nombreux genres musicaux très différents. Par exemple, le groupe de métal Meshuggah a développé des règles musicales très précises permettant de générer des motifs rythmiques complexes. Il a aussi créé des motifs mélodiques très élaborés à partir d'éléments simples en utilisant l'isorythmie, un autre procédé algorithmique.

La musique algorithmique, de ses modestes débuts en tant que jeu de dés musical jusqu'aux explorations avant-gardistes, incarne la fusion entre la créativité humaine et le potentiel des algorithmes. Cette évolution constante révèle un paysage musical dynamique où les frontières entre composition traditionnelle et innovation algorithmique s'estompent, laissant place à une exploration infinie de nouvelles possibilités sonores.

LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAM	DIM

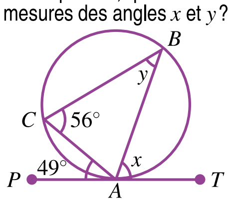
1

2

En multipliant deux nombres choisis dans l'ensemble $\{38, 55, 68, 104, 175, 375\}$, on obtient le nombre N. Quel est le nombre maximal de zéros par lequel peut se terminer le nombre N ?

3

Si la droite (PT) est la tangente au cercle au point A, quelles sont les mesures des angles x et y ?



4

Une suite de nombres réels $a_1, a_2, \ldots, a_{100}$ est telle que la moyenne de deux nombres consécutifs de cette suite est toujours égale à l'indice du deuxième de ces nombres :

par exemple, $\frac{a_4 + a_5}{2} = 5$.

Que vaut la somme de ces 100 nombres ?

5

Combien valent 10 aiguilles à coudre si 1000 aiguilles coûtent 100 euros ?

6

Si l'on calcule le produit $99\ldots99 \times 44\ldots44$ de deux nombres formés respectivement de 2025 chiffres 9 et de 2025 chiffres 4, puis que l'on fait la somme des chiffres du résultat obtenu, quel nombre obtient-on ?

7

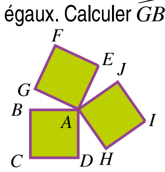
8

9

Malo fabrique des échiquiers carrés non conventionnels de 31×31 carreaux. Ces échiquiers ont un carré noir dans chaque coin et des carrés rouges et noirs alternent dans chaque ligne et chaque colonne. Combien y a-t-il de carrés noirs sur chaque échiquier ?

10

Trois carrés identiques ont le sommet A en commun et sont tels que les angles $\widehat{JAB}$, $\widehat{DAE}$ et $\widehat{GAH}$ sont égaux. Calculer $\widehat{GBH}$.



11

David et Jonathan habitent dans le même immeuble. L'appartement de Jonathan est situé 12 étages au-dessus de celui de David. Un jour, David se rend chez Jonathan en prenant les escaliers. Arrivé au huitième étage, il se trouve à mi-chemin.
À quel étage habite Jonathan ?

12

L'équipe des Gothiques et celle des Dragons ont disputé trois matchs de hockey sur glace et les Dragons ont remporté deux des trois rencontres. Mais les deux équipes ont ensuite joué N matchs supplémentaires et l'équipe des Gothiques a fini par gagner 95 % du total des rencontres jouées. Quelle est la valeur minimale possible pour N ?

13

Calculer la valeur de $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}}$.

14

15

16

Dans un groupe de rock, le batteur joue en boucle un rythme qui dure huit temps. Le guitariste joue lui un riff de 20 temps. Le guitariste commence deux temps après le batteur. Après avoir joué quatre fois son riff, il fait une pause pour le reprendre au moment même où le batteur recommence le début de sa séquence rythmique. Combien de temps doit attendre le guitariste ?

17

Une boîte contient des pièces triangulaires et carrées. Il y a 25 pièces dans la boîte et le nombre total de côtés, si l'on considère toutes les pièces, est de 84. Combien y a-t-il de pièces carrées dans la boîte ?

18

Peut-on trouver un parallélogramme dont le périmètre mesure 8 cm et dont l'aire vaut $4\sqrt{2}\,\text{cm}^2$?

19

Paul-Félix fabrique des colliers de perles jaunes et bleues. Chaque collier contient plus de perles jaunes que de bleues et chaque collier contient au maximum 25 perles. Si, dans chaque collier, les perles de même couleur sont placées consécutivement, combien de colliers différents Paul-Félix peut-il réaliser ?

20

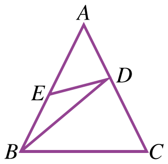
Si la fée rouge exauçait six souhaits de plus que la fée verte, ces fées réaliseraient à elles deux 34 souhaits. Cependant, la fée rouge exauce six souhaits de moins que la fée verte. Combien de souhaits la fée rouge exauce-t-elle ?

21

22

23

Si $AB = AC$, $BC = BD$ et $AD = DE = EB$, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$?



24

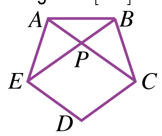
Un artiste a réalisé une sculpture en forme de polyèdre. La surface de la sculpture a 31 faces triangulaires, 18 faces de forme quadrilatérale, 11 faces pentagonales et 7 faces hexagonales. Combien d'arêtes la sculpture a-t-elle ?

25

Dans une entreprise, chaque superviseur est responsable du même nombre d'ouvriers et gagne quatre fois plus que chaque ouvrier. Le montant total que l'entreprise utilise pour payer ses employés est égal à six fois le montant total versé aux superviseurs. De combien d'ouvriers est responsable chaque superviseur ?

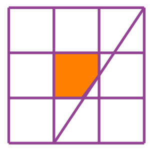
26

Soit $ABCDE$ un pentagone régulier de côté 1 cm. Si P est l'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BE]$, quelle est la longueur du segment $[PC]$?



27

Calculer l'aire de la région colorée, en fonction du côté L du grand carré.

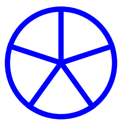


28

29

30

De combien de façons peut-on placer les numéros de 1 à 5 dans les cinq secteurs ci-dessous, de telle sorte que les numéros 4 et 5 ne soient pas voisins ?



Centre International de Mathématiques et d'Informatique TOULOUSE

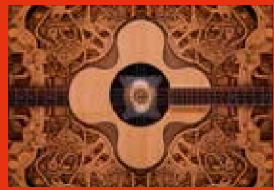
Parcours collège 6e-5e — Parcours collège 4e-3e — Défi du mois

Pratiquer les maths n'a jamais été aussi ludique !









09 SEPTEMBRE

LE PROBLÈME DU DÎNER À TABLE ET LES RYTHMES EUCLIDIENS

Nous sommes un soir de septembre, lors d'une soirée entre amis. Au moment de passer à table, une question assez curieuse se pose : comment placer les invités sur chaque siège de manière qu'ils soient les plus espacés les uns des autres autour de la table ? S'il y a 6 personnes et 12 sièges, la solution est facile, car il suffit de laisser un siège vide entre chaque personne. Mais avec 7 personnes et 12 sièges, c'est plus compliqué. On ne peut pas se contenter de rajouter une personne sur un siège vide, sinon trois personnes seraient collées et quatre isolées. Pour une répartition optimale lors du repas, il faut placer deux personnes ensemble, puis une personne isolée, puis deux personnes ensemble, et enfin deux personnes isolées. Dans ce cas, nous venons de trouver la meilleure répartition de 7 points parmi 12 positions possibles. Ce qui est intéressant, c'est que l'on peut toujours déterminer la meilleure répartition, peu importe le nombre de points et de positions. Cela s'obtient en utilisant l'algorithme d'Euclide, un des algorithmes les plus anciens et qui fait intervenir le « plus grand commun diviseur » (PGCD) entre deux nombres. Trouver les meilleures répartitions est un problème qui intervient dans de nombreux domaines : il suffit de songer à la façon avec laquelle des particules chargées se distribuent sur différents sites dans le modèle d'Ising, en physique. La musique ne fait pas exception. Par exemple, si l'on cherche la gamme qui répartit de la meilleure façon possible 7 notes parmi 12, on obtient la gamme diatonique, une des plus utilisées au monde. Elle correspond aux touches blanches du piano (*do*, *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*), tandis que les touches noires sont les notes restantes. Et ce raisonnement s'applique aussi aux rythmes musicaux. Le rythme qui répartit le mieux 7 notes parmi 12 pulsations est le *bembé*, un rythme traditionnel de la musique afro-cubaine. En changeant le nombre de notes et le nombre de pulsations, il est alors possible d'obtenir d'autres rythmes populaires de la musique. Avec 3 notes et 8 pulsations, on obtient le *tresillo*, un rythme omniprésent dans la musique d'Amérique latine, et avec 5 notes et 16 pulsations, celui de la bossa-nova. Ainsi, le problème du dîner à table – qui revient à trouver la meilleure répartition possible – n'est pas réservé aux soirées entre amis, mais a de nombreuses applications scientifiques… et musicales.

LUNDI | MARDI | MERCREDI | JEUDI | VENDREDI | SAM | DIM

Parcours collège 6e-5e — Parcours collège 4e-3e — Défi du mois

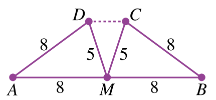
Les mathématiques entretiennent depuis toujours un lien privilégié avec la musique, à travers une réflexion toujours plus poussée autour des fondements combinatoires, algébriques et géométriques de la théorie, de l'analyse et de la composition musicales. Elles ont ainsi permis d'étudier non seulement les aspects issus de la physique du son mais aussi des problèmes posés par la musique.

- **Mois après mois,** de janvier à décembre, vous découvrirez, à travers 12 textes superbement illustrés, comment les maths et la musique entretiennent des dialogues depuis Pythagore jusqu'aux frontières de l'intelligence artificielle.
- **Jour après jour, excepté les week-ends,** des exercices et des énigmes sont proposés sous forme de défis quotidiens.
- **Les solutions** sont indiquées en dernière page du calendrier et **leurs explications détaillées** exposées dans le livret offert.

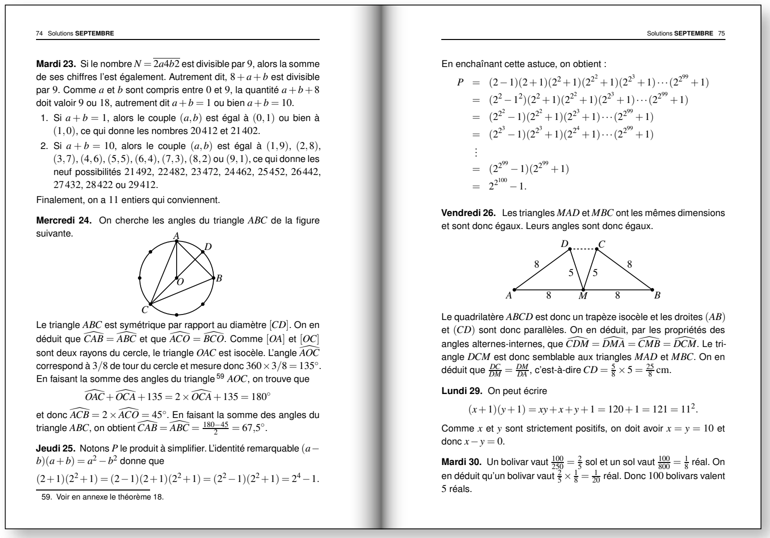
260 QUESTIONS

26

Soit $ABCD$ un quadrilatère et M le milieu de $[AB]$. Sachant que $AM = MB = BC = DA = 8$ cm et $DM = MC = 5$ cm, calculer la distance entre C et D.



260 RÉPONSES



Sous la direction scientifique de Romain Joly | **Textes d'ouverture mensuels :** Emmanuel Amiot, Moreno Andreatta et Paul Lascabettes | **Défis et solutions :** Anne Alberro Semerena, Radmila Bulajich Manfrino, Ana Rechtman Bulajich, Carlos Jacob Rubio Barrios et Rogelio Valdez Delgado.

AVEC LE SOUTIEN DE
FONDATION BLAISE PASCAL

PUG

22,00 € (prix France TTC)
ISBN 978-2-7061-5505-5

9 782706 155055

CALENDRIER MATHÉMATIQUE 2025

Quand les maths se mettent en musique

OFFERT

LIVRET DES RÉPONSES

Un défi par jour
pour faire travailler vos méninges

PUG

Introduction

Les mathématiques ont depuis toujours un lien privilégié avec la musique. Ce lien a traversé les siècles et s'est renforcé à travers une réflexion toujours plus poussée autour des fondements combinatoires, algébriques et géométriques de la théorie, de l'analyse et de la composition musicales. Les mathématiques ont ainsi permis d'étudier non seulement les aspects issus de la physique du son mais aussi des problèmes posés par la musique. Ceux-ci ont même parfois ouvert de nouvelles directions de recherche au sein même des mathématiques.
À travers les douze textes mensuels, vous découvrirez comment les maths et la musique entretiennent des dialogues depuis Pythagore, du calcul des fractions jusqu'aux frontières de l'intelligence artificielle, en passant par les réflexions sur le spectre, la compression des données, l'utilisation d'algorithmes et de transformations géométriques et algébriques, l'idée de pavage et divers problèmes de nature combinatoire.

Emmanuel Amiot est pianiste, compositeur, mathématicien. Une carrière de professeur de classes préparatoires ne l'a pas empêché de devenir chercheur en mathématiques musicales. Il enseigne cette discipline à l'université de Perpignan. Ses travaux font référence sur la transformée de Fourier discrète de structures musicales avec des applications aux canons rythmiques et autres propriétés algébriques des ensembles de notes. Il codirige depuis plusieurs années la publication du Journal of Mathematics and Music, l'organe de la Society for Mathematics and Computation in Music.

Moreno Andreatta est directeur de recherche CNRS à l'IRMA et chercheur associé à l'Ircam. Responsable de l'équipe-projet SMIR (Structural Music Information Research), il est membre du comité de pilotage du CREAA (Centre de recherche expérimentale sur l'acte artistique) au sein duquel il coordonne le programme de recherche

« Théories et modèles ». Il enseigne les modèles formels dans la chanson à l'Université de Strasbourg et musicologie computationnelle au Master ATIAM de Sorbonne Université.

Paul Lascabettes est chercheur postdoctoral à l'Université de Strasbourg, chercheur associé à l'Ircam et membre de l'équipe Représentations Musicales. Ses recherches concernent l'analyse de motifs et de rythmes musicaux en utilisant des modèles mathématiques. Il est le créateur de la chaîne YouTube Mathémusique qui sensibilise le grand public à des sujets liant mathématiques et musique.

Image du mois de mars : mesure de signature acoustique d'un saxophone en salle semi-anéchoïque. Le Laboratoire de mécanique et d'acoustique (LMA) conçoit et teste de nouveaux instruments, avec pour objectif de développer une méthodologie de conception basée sur l'acoustique, en complément de l'héritage de plusieurs siècles de conception empirique.

POUR ALLER PLUS LOIN

« Rhythm Circle » est un site interactif qui utilise la représentation circulaire pour générer des rythmes musicaux.

https://rhythm-circle.com

« Tonnetz » est un site interactif du Tonnetz, qui est une représentation de l'organisation des notes dans un graphe en deux dimensions.

https://thetonnetz.com

La chaine YouTube Mathémusique est un projet de vulgarisation scientifique expliquant des concepts musicaux avec une approche mathématique.

https://www.youtube.com/@mathemusique

Enfin, on calcule l'angle $\widehat{GBA}$ de la même manière, en observant que le triangle AGB est également isocèle, avec un angle en A de $30°$: on obtient ainsi $\widehat{GBA} = 75°$. Finalement, on a donc

$$\widehat{GBH} = \widehat{GBA} + \widehat{ABH} = 105°.$$

Mercredi 11. Si les deux appartements sont espacés de 12 étages, la moitié du chemin représente six étages. Donc, puisqu'il faut encore gravir six étages à partir du huitième pour se rendre chez Jonathan, ce dernier habite à l'étage $8+6 = 14$.

Jeudi 12. La proportion de victoires des Gothiques lors des trois premiers matchs est $\frac{1}{3}$. Comme $\frac{1}{3} < \frac{95}{100}$, pour que le nombre N de matchs joués par la suite soit le plus petit possible, il faut que les Gothiques gagnent toutes les rencontres suivantes. La proportion de leurs victoires totales est alors $\frac{1+N}{3+N}$, et on a

$$\frac{1+N}{3+N} = \frac{95}{100} = \frac{5 \times 19}{5 \times 20} = \frac{19}{20}.$$

On obtient $20+20N = 57+19N$, ce qui donne $N = 37$.

Vendredi 13. Rappelons qu'élever à la puissance $\frac{1}{2}$ revient à prendre la racine carrée, donc on a

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{et} \quad 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}.$$

On a donc $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = (\frac{1}{\sqrt{2}}) \times (2\sqrt{2}) = 2$.
On peut aussi faire ce calcul en utilisant les règles de manipulation des puissances :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2 = \left(\frac{1}{2} \times 2\right)^{\frac{1}{2}} \times 2 = 2.$$

Lundi 16. Après deux temps et quatre riffs de 20 temps à la guitare, il s'est passé $2+4\times 20 = 82$ temps. On numérote les temps, en commençant par le temps 0. La séquence du batteur se répétant tous les